

НАО «Карагандинский национальный исследовательский университет  
имени академика Е.А.Букетова»

**УТВЕРЖДАЮ**

Председатель Правления – Ректор  
НАО «Карагандинский национальный  
исследовательский университет  
имени академика Е.А.Букетова»  
профессор Н.О.Дулатбеков



Решение Ученого Совета  
Протокол № 16 от 28.05.2026



**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ**  
(вопросы по профилю и темы эссе)  
по группе образовательных программ  
**D092 - Математика и статистика**

г. Караганда, 2026г.

**Список рекомендуемой литературы:**

1. Зорич В.А. *Математический анализ. Часть 1, 2.* — М.: МЦНМО, 2012.
2. Фихтенгольц Г.М. *Курс дифференциального и интегрального исчисления. Том 1–3.* — СПб.: Лань, 2001.
3. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. *Элементы теории функций и функционального анализа.* — М.: Физматлит, 2004.
4. Рудин У. *Основы математического анализа.* — М.: Мир, 1976.
5. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. *Математический анализ.* — М.: Проспект, 2004.
6. Шабат Б.В. *Введение в комплексный анализ.* — М.: Наука, 1976.
7. Тихонов А.Н., Самарский А.А. *Уравнения математической физики.* — М.: Наука, 2004.
8. Арнольд В.И. *Обыкновенные дифференциальные уравнения.* — М.: Наука, 1984.
9. Кострикин А.И. *Введение в алгебру. Часть 1–3.* — М.: Физматлит, 2001.
10. Ван дер Варден Б.Л. *Алгебра.* — М.: Наука, 1976.

**Темы эссе:**

1. Применение дифференциальных уравнений для моделирования биологических систем, таких как динамика популяций, распространение болезней и эволюция
2. Дифференциальные уравнения с запаздыванием: их приложения в теории управления, биологии и других областях
3. Краевые задачи для линейного дифференциального уравнения второго порядка
4. Линейные дифференциальные уравнения с частными производными 1-го порядка
5. Основные уравнения математической физики
6. Алгебраические структуры в теории чисел: группы, кольца и поля
7. Теоремы Геделя и их влияние на философию математики
8. Математические модели эпидемий: от SIR до современных стохастических подходов.
9. Гиперболические и параболические уравнения в математической физике.
10. Фракталы и хаос в математических моделях природы

**Экзаменационные вопросы:**

**1 блок**

1. Как применяется метод замены переменной при интегрировании иррациональных функций?
2. Метод интегрирования иррациональных функций
3. Теорема о среднем для определенного интеграла
4. Компактный оператор и его свойства
5. Топологические пространства. Типы множеств в топологическом пространстве
6. Определение дифференциальной формы. Стандартный канонический вид дифференциальной формы
7. Сформулируйте теорему о среднем для определенного интеграла и приведите пример её применения.
8. Что такое мера Лебега и какие множества называются измеримыми?
9. Приведите пример множества меры нуль по Лебегу.
10. Какие условия необходимы и достаточны для интегрируемости функции по Лебегу?
11. Как свести двойной интеграл к повторному?
12. Докажите непрерывность функции  $e^x$  на всей числовой прямой.
13. Как перейти от декартовых координат к сферическим в трёхмерном пространстве?
14. Какие свойства степенных рядов позволяют почленно их интегрировать и дифференцировать?
15. Как разложить функцию в ряд Маклорена?

16. Какие физические задачи можно решить с помощью определённого интеграла? Какие условия должны выполняться для почленного дифференцирования функционального ряда?
17. Сформулируйте теорему Абеля о сходимости степенных рядов.
18. Как дифференцировать несобственный интеграл, зависящий от параметра?
19. Какие условия гарантируют сходимость тригонометрического ряда Фурье в точке?
20. Непрерывность элементарных функций

## 2 блок

1. Как разложить функцию  $\frac{1}{z(z-1)}$  в ряд Лорана в кольце  $0 < |z| < 1$ ?
2. Какие типы изолированных особых точек бывают у функций комплексного переменного?
3. Как применяется общая теорема о вычетах для вычисления интегралов?
4. Сформулируйте интегральную теорему Коши и приведите пример её использования.
5. Какие условия гарантируют единственность решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка?
6. Как решается уравнение Бернулли методом замены переменной?
7. В чём заключается метод разделения переменных для уравнения гиперболического типа?
8. Какие краевые задачи ставятся для уравнения Лапласа?
9. Как решается уравнение Клеро с помощью введения параметра?
10. Какие физические задачи описываются уравнениями гиперболического типа?
11. Как понизить порядок дифференциального уравнения  $y'' = f(x, y)$ ?
12. Приведите пример задачи, приводящей к уравнению параболического типа.
13. Как решить линейное уравнение с постоянными коэффициентами методом характеристического уравнения?
14. Дифференциальные уравнения первого порядка: уравнение Бернулли, уравнение Риккати
15. Метод разделения переменных для уравнения гиперболического типа
16. Уравнение эллиптического типа, уравнение Лапласа.
17. Общий метод введения параметра. Уравнения Лагранжа, Клеро
18. Задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа
19. Уравнения высших порядков, допускающих понижение порядка
20. Задачи, приводящие к уравнениям параболического типа

## 3 блок

1. Как найти базис конечномерного векторного пространства?
2. Как изменяются координаты вектора при переходе к новому базису?
3. Какие условия необходимы для изоморфизма линейных пространств?
4. Как связаны размерности суммы и пересечения линейных подпространств?
5. Что такое фактор-множество и как оно строится?
6. Чем отличаются наибольший и максимальный элементы в частично упорядоченном множестве?
7. Как проверить, является ли функция биекцией?
8. Какие множества являются счётными, а какие — несчётными?
9. Что такое идеал кольца и как он связан с кольцом главных идеалов?
10. Какие группы называются циклическими? Приведите примеры.

11. Как определяется степень многочлена от одной переменной?
12. В чём заключается теорема о делении с остатком для многочленов?
13. Как доказать, что коммутант группы является её нормальным делителем?
14. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп. Теорема Кэли.
15. Смежные классы. Индекс подгруппы в группе. Теорема Лагранжа.
16. Теоремы о гомоморфизмах групп.
17. Понятие группы, примеры. Симметрическая группа степени  $n$ .
18. Конструкции групп (декартово произведение, прямая сумма).
19. Нормальные делители и фактор-группы. Примеры. Критерий нормальной подгруппы.
20. Теоремы об устойчивости теории относительно вида аксиом этой теории.