

ОТЗЫВ

научного консультанта на диссертационную работу Касым Айжан Сагымбайкызы на тему «Весовые оценки для сингулярных дифференциальных операторов в функциональных пространствах», представленную на соискание степени доктора философии (PhD) по специальности «6D060100 – Математика»

Диссертационная работа Касым Айжан Сагымбайкызы посвящена исследованию обыкновенных сингулярных дифференциальных операторов второго порядка на полуоси.

В настоящее время анализ дифференциальных операторов с негладкими, неравномерно растущими (осцилирующими) либо знакопеременными при приближении к граничным точкам области определения переменными коэффициентами входят в список сложных задач теории дифференциальных операторов и уравнений.

В диссертационной работе были рассмотрены следующие базовые вопросы теории дифференциальных операторов. Первое – замкнутость либо существование замкнутого расширения. Следующие 3 (задачи) важны для исследования соответствующих дифференциальных уравнений. Это вопросы обратимости, функциональные характеристики решений (коэрцитивные оценки), оценки наилучших аппроксимаций решений.

Основное содержание диссертации изложено в 3-х разделах. В разделе I исследуется насамосопряженный оператор вида

$$L_0 u = -a_2(x)u'' + a_1(x)u' + a_0(x)u, x > 0, \quad (1)$$

с переменными коэффициентами $a_j(x), j = 0, 1$, на которые не накладываются условия гладкости, ограниченности либо знакостоянства при $x \rightarrow \infty$. Здесь получены теоремы о существовании замкнутого расширения, обратимости, оценки наилучших приближений решений соответствующего (1) дифференциального уравнения линейными методами.

В разделе 2 рассматривается оператор второго порядка на полуоси с бесконечно гладкими коэффициентами, удовлетворяющему условиям Трибеля при $x \rightarrow \infty$. Исследование операторов из класса Трибеля $U_{\mu, \nu}^m$ связано, в частности со структурным анализом ядерных функциональных пространств. В данном разделе получены оценки (сверху) для распределений s -чисел (аппроксимативных чисел) обратного оператора.

В разделе 3 получены коэрцитивные оценки для решений дифференциального уравнения $Lu = f$ (соответствующего оператору (1)) в пространствах точечных мультипликаторов, действующих в весовых пространствах Соболева. Эти результаты можно охарактеризовать как новый вклад в теории функционального анализа в пространствах (точечных) мультипликаторов.

Классические методы, основанные на применении неравенств Соболева, Макенхаупта, весовых обобщений неравенств типа Харди в подобных ситуациях оказываются недостаточными, поскольку не позволяют учитывать локальные особенности переменных коэффициентов. В связи с этим в диссертационной работе используется метод локальных весовых оценок. Этот метод можно характеризовать как дальнейшее развитие известного метода «бегущих средних» Отелбаева, позволившего значительно продвинуться во многих важнейших направлениях теории дифференциальных и интегральных операторов.

Для краткого изложения метода локальных оценок, развиваемого в данной диссертации, вернемся к оператору (1), для исследования которого строится новая бегущая средняя $h^\#(x) = h^\#(x; a_2^2, a_0^2)$, связывающая переменные коэффициенты $a_2(x) > 0$ и $a_0(x)$. Исходным условием для начала исследования является, как и в работах М. Отелбаева и его учеников и последователей, условие конечности функции $h^\#(x)$. В данной работе это условие формируется через условие «допустимости» пары (a_2^2, a_0^2) относительно некоторой

положительной и конечной функции $h(x)$. Условие «допустимости» возможно при более широких предположениях относительно коэффициентов $a_j(x)$ ($j = 0, 2$), что значительно расширяет класс исследуемых операторов вида (1).

В диссертационной работе даны ответы на все сформулированные выше задачи. Эти ответы сформулированы в терминах функций от x , значения которых отражают локальные связи между переменными коэффициентами в среднем на отрезках длины $h(x)$ (или $h^\#(x)$).

Данная работа содержит новые существенные результаты, относящиеся к актуальным проблемам современной теории дифф. Операторов. Является завершённым научным исследованием.

Результаты работы опубликованы в 3-х журналах, входящих в базу Scopus (Q2, Q3, Q4), одном журнале из Перечня изданий, трех тезисов научных конференций. Вклад диссертанта в публикациях равный с соавторами.

Считаю, что работа может быть представлена к защите в диссертационный совет.

Научный консультант
доктор физ-мат. наук
профессор Кусаинова Л.К.

