

Review

of the research work of the dissertation of the candidate Aizhan Kassym with title
Weighted estimates for singular differential operators in function spaces. Submitted
for the Degree of Doctor of Philosophy (PhD)
in the speciality 6D060100 Mathematics

The dissertation is devoted to the analysis of linear ordinary differential operators of second order with variable coefficients on the real axis or on half lines of the real axis.

The candidate first formulates appropriate conditions that imply the existence of a closed injective extension in case both the coefficients of order zero and one can change sign, but cannot vanish almost everywhere in any increasing half-line.

Here we mention that previous contributions had been given by R.D. Akhmetkaliyeva, K.N. Ospanov, A.N. Yesbayev.

Then the candidate turns to consider the problem of approximating the solutions of a nonhomogeneous equation that corresponds to the above mentioned extension and succeeds in doing so by estimating the difference of the solution and the image of an operator with rank of order at most n in terms of an explicitly defined functional of the number n .

Then the candidate considers the problem of approximating the solution of a second order equation with coefficients in a Triebel class in the half line $[0, +\infty[$ and develops a method to perform local estimates with intervals of variable length. The candidate first consider the corresponding differential operator on the functions with compact support and shows that such a restriction has a closed extension and then that the so-obtained extension has an inverse that is bounded in suitably chosen Banach spaces.

Then the candidate turns to estimate a counting function based on the sum of the k -linear widths that are above a certain number and the corresponding estimates are non trivial.

Then the candidate proves a coercive estimate with norms in spaces of multipliers for a second order differential operator on the positive halfline.

Finally the candidate proves a coercive estimate for a Sturm-Liouville operator and proves coercive-type estimate that improve considerably the known results on the topic.

Throughout the dissertation, the candidate shows to be able to master advanced techniques of real and functional analysis in a class of problems on a domain that is not compact and the mathematical level is certainly high.

The relevance of the analysis of second order differential operators in the applications is well known and the candidate has actually developed new ideas.

In conclusion, I believe that the work of A. Kassym for her Ph.D. Dissertation satisfies the requirements for a Ph.D. Thesis and that the candidate has shown to have the mathematical maturity that is necessary to carry out independent research.

Padova



PhD, Professor
Massimo Lanza de Cristoforis.

Отзыв

на диссертацию Айжан Касым по теме

«Весовые оценки для сингулярных дифференциальных операторов в функциональных пространствах», представленную на соискание степени доктора философии (PhD) по специальности «6D060100 Математика»

Диссертация посвящена анализу линейных обыкновенных дифференциальных операторов второго порядка с переменными коэффициентами на всей действительной оси или на полуосях действительной оси.

Соискатель сначала формулирует соответствующие условия, влекущие существование замкнутого инъективного продолжения в случае, когда коэффициенты нулевого и первого порядка могут менять знак, но не могут обращаться в нуль почти всюду ни на одной возрастающей полуоси.

Отметим, что ранее вклад в этом направлении был сделан Р.Д. Ахметкалиевой, К.Н. Оспановым, А.Н. Есбаевым.

Затем соискатель рассматривает задачу аппроксимации решений неоднородного уравнения, соответствующего указанному выше продолжению, и успешно решает её, оценивая разность между решением и образом оператора ранга не выше n через явно заданный функционал от числа n .

Далее соискатель исследует задачу аппроксимации решения уравнения второго порядка с коэффициентами класса Трибеля на полуоси $[0, +\infty[$ и разрабатывает метод получения локальных оценок на интервалах переменной длины. Сначала рассматривается соответствующий дифференциальный оператор на функциях с компактным носителем и показывается, что такое ограничение имеет замкнутое продолжение, после чего доказывается, что полученное продолжение имеет обратный оператор, ограниченный в подходящем образом выбранных банаховых пространствах.

Затем соискатель переходит к оценке счётной функции, основанной на сумме k -линейных ширин, превышающих заданное число; полученные оценки являются нетривиальными.

Далее соискатель доказывает коэрцитивную оценку с нормами в пространствах мультипликаторов для дифференциального оператора второго порядка на положительной полуоси.

Наконец, соискатель доказывает коэрцитивную оценку для оператора Штурма–Лиувилля и получает оценки коэрцитивного типа, существенно улучшающие известные результаты по данной тематике.

На протяжении всей диссертации соискатель демонстрирует владение продвинутыми методами вещественного и функционального анализа в задачах, рассматриваемых на некомпактной области, и математический уровень работы, безусловно, высок.

Актуальность исследования дифференциальных операторов второго порядка в приложениях хорошо известна, и соискатель действительно развил новые идеи.

В заключение считаю, что работа А. Касым, представленная в качестве PhD-диссертации, удовлетворяет требованиям, предъявляемым к диссертациям на степень PhD, а соискатель продемонстрировал математическую зрелость, необходимую для самостоятельной научной работы.

Падова,

PhD, профессор
Massimo Lanza de Cristoforis

Переводчик/ Translator: Сеитасхар Таура Сеитасхаровна



Республика Казахстан, город Астана.

двадцать третье мая две тысячи двадцать шестого года

Я, Арнаут Мерей Аскаровна, нотариус города Астана, действующая на основании государственной лицензии № 24029693, выданной 04 октября 2024 года Министерством юстиции Республики Казахстан, свидетельствую подлинность подписи переводчика гр. Сеитасхар Тауры Сеитасхаровны. Личность переводчика установлена, дееспособность и полномочия проверены.

Зарегистрировано в реестре за №5039

Взыскано 2292 тенге

Нотариус



ST95083622605231131191155503

Нотариаттық іс-әрекеттің бірегей нөмірі / Уникальный номер нотариального действия