

Письменный отзыв официального рецензента **Федорова Владимира Евгеньевича** на диссертационную работу Омарова Мади Тулегеновича по теме «Диффузионно-волновые уравнения в неканонических областях», представленную на соискание степени доктора философии (PhD) по образовательной программе 8D05401- «Математика»

№ п/п	Критерии	Соответствие критериям (подчеркнуть один из вариантов ответа)	Обоснование позиции официального рецензента (замечания выделить курсивом)
1.	Тема диссертации (на дату ее утверждения) соответствует направлениям развития науки и/или государственным программам	<p>1.1 Соответствие приоритетным направлениям развития науки или государственным программам:</p> <p><u>1) диссертация выполнена в рамках проекта или целевой программы, финансируемого(ой) из государственного бюджета (указать название и номер проекта или программы);</u></p> <p>2) диссертация выполнена в рамках другой государственной программы (указать название программы);</p> <p><u>3) диссертация соответствует приоритетному направлению развития науки, утвержденному Высшей научно-технической комиссией при Правительстве Республики Казахстан (указать направление).</u></p>	<p>Диссертационная работа выполнена в рамках следующего проекта, финансируемого из государственного бюджета: AP23488729 «Дифференциальные уравнения в частных производных дробного порядка в областях с изменяющимися границами и сопутствующие особые интегро-дифференциальные уравнения» Грантовое финансирование научных и (или) научно-технических проектов на 2024-2026 годы), руководитель проекта д.ф.-м.н., профессор Рамазанов М.И. Наименование приоритетного направления развития науки: 4. Интеллектуальный потенциал страны. Наименование специализированного научного направления: 5. Фундаментальные и прикладные исследования в области математики, механики, астрономии, физики, химии, биологии, информатики и географии.</p>
2.	Важность для науки	Работа <u>вносит</u> /не вносит существенный вклад в науку, а ее важность хорошо <u>раскрыта</u> /не раскрыта.	Представленное диссертационное исследование имеет существенное значение для современной теории дробных дифференциальных уравнений и краевых задач в областях неканонической геометрии. В работе последовательно рассмотрены функции Грина, дробные потенциалы, интегральные представления решений, а также вопросы существования и единственности решений в вырождающихся, сужающихся, расширяющихся и угловых областях. Дополнительную научную

			<p>значимость работе придаёт обращение к интегральным преобразованиям с ядром Райта, включая преобразование Станковича, что расширяет аналитический контекст исследования. Полученные результаты представляют значимый вклад в развитие рассматриваемого направления математического анализа.</p>
3.	Принцип самостоятельности	<p>Уровень самостоятельности:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) <u>высокий</u>; 2) средний; 3) низкий; 4) самостоятельности нет. 	<p>Степень самостоятельности докторанта может быть оценена как высокая. Основные математические результаты диссертационного исследования сформулированы и доказаны соискателем самостоятельно, что отражено в разделе, посвящённом его вкладу в подготовку публикаций. Наличие соавторов в отдельных научных работах не снижает индивидуальной значимости выполненного исследования, поскольку личное участие автора в получении основных и вспомогательных результатов обозначено достаточно ясно. Представленный материал свидетельствует о сформированности у докторанта самостоятельной исследовательской позиции и способности проводить полноценное аналитическое исследование в области дробных дифференциальных уравнений.</p>
4.	Принцип внутреннего единства	<p>4.1 Обоснование актуальности диссертации:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) <u>обоснована</u>; 2) частично обоснована; 3) не обоснована. 	<p>Актуальность темы диссертационного исследования обоснована достаточно убедительно. Совместное рассмотрение дробных по времени операторов и неканонической геометрии области приводит к возникновению новых аналитических задач, не сводимых к классическим постановкам теории уравнения теплопроводности. Особую сложность представляют подвижные, сужающиеся, расширяющиеся и вырождающиеся границы, а также необходимость построения</p>

			<p>соответствующих функций Грина, дробных потенциалов и интегральных представлений решений. Во введении последовательно раскрыт научный контекст исследования и ясно обозначена та область задач, на развитие которой направлена диссертационная работа</p>
		<p>4.2 Содержание диссертации отражает тему диссертации: 1) <u>отражает</u>; 2) частично отражает; 3) не отражает.</p>	<p>Тема диссертационного исследования и его содержание находятся в полном соответствии. Все разделы работы подчинены единой научной логике, связанной с исследованием дробно-диффузионных и диффузионно-волновых уравнений в областях неканонической геометрии. Содержание диссертации охватывает построение фундаментальных решений и функций Грина, получение интегральных представлений, сведение краевых задач к уравнениям Вольтерра, исследование весовых функциональных пространств, а также применение интегральных преобразований с ядром Райта. Такое тематическое единство обеспечивает целостность работы и внутреннюю согласованность полученных результатов.</p>
		<p>4.3. Цель и задачи соответствуют теме диссертации: 1) <u>соответствуют</u>; 2) частично соответствуют; 3) не соответствуют.</p>	<p>Сформулированные цель и задачи исследования в полной мере соответствуют заявленной теме диссертации. Поставленные задачи охватывают как систематизацию необходимого аналитического инструментария, включая специальные функции, дробные операторы и функции Грина, так и последующее применение этих средств к конкретным краевым задачам в сужающихся, вырождающихся и угловых областях. Отдельное место в постановке задач занимает исследование интегральных преобразований с ядром Райта и преобразования Станковича для правосторонних</p>

			<p>дробных операторов. Такая структура задач обеспечивает последовательный переход от вспомогательных теоретических построений к получению основных результатов диссертации.</p>
		<p>4.4 Все разделы и положения диссертации логически взаимосвязаны: 1) <u>полностью взаимосвязаны</u>; 2) взаимосвязь частичная; 3) взаимосвязь отсутствует.</p>	<p>Логическая взаимосвязь между разделами диссертационной работы прослеживается на всём протяжении исследования. Первый раздел формирует необходимую теоретическую основу, включающую сведения о специальных функциях, дробных операторах и уравнениях Вольтерра. Во втором разделе эти положения используются при исследовании правосторонних дробных операторов и построении функций Грина. Далее полученные конструкции применяются к краевым задачам в сужающихся, вырождающихся и угловых областях. Четвёртая глава органично дополняет работу исследованием интегральных преобразований с ядром Райта и преобразования Станковича, что усиливает общую аналитическую завершенность диссертации.</p>
		<p>4.5 Предложенные автором новые решения (принципы, методы) аргументированы и оценены по сравнению с известными решениями: 1) <u>критический анализ есть</u>; 2) анализ частичный; 3) анализ представляет собой не собственные мнения, а цитаты других авторов; 4) анализ отсутствует.</p>	<p>Сравнительный анализ с ранее полученными научными результатами выполнен на должном уровне. Автором привлечён необходимый круг источников, охватывающих классические и современные работы по дробному анализу, специальным функциям, функциям Грина, дробно-диффузионным и диффузионно-волновым уравнениям, а также краевым задачам в нецилиндрических и неканонических областях. Такой обзор позволяет корректно определить место диссертационного исследования в существующей научной традиции и показать, что рассматриваемые задачи связаны с недостаточно разработанным</p>

			направлением — краевыми задачами для дробных уравнений в областях сложной геометрии.
5.	Принцип научной новизны	<p>5.1 Научные результаты и положения являются новыми?</p> <p>1) <u>полностью новые</u>;</p> <p>2) частично новые (новыми являются 25-75%);</p> <p>3) не новые (новыми являются менее 25%).</p>	<p>Научные результаты диссертационного исследования и положения, выносимые на защиту, обладают самостоятельным и оригинальным характером. К числу наиболее значимых результатов следует отнести получение интегрального представления решения уравнения с правосторонней производной Лиувилля, построение фундаментальных решений и функций Грина для модельных и угловых областей, сведение краевых задач к интегральным уравнениям Вольтерра второго рода, а также разработку весовой функциональной схемы для диффузионно-волновой задачи. Существенным дополнением является исследование преобразования Станковича и установление коммутационных соотношений для правостороннего оператора Римана–Лиувилля.</p>
		<p>5.2 Выводы диссертации являются новыми?</p> <p>1) <u>полностью новые</u>;</p> <p>2) частично новые (новыми являются 25-75%);</p> <p>3) не новые (новыми являются менее 25%).</p>	<p>Выводы диссертационной работы основаны на доказанных в исследовании теоремах и непосредственно следуют из полученных аналитических результатов. Они не сводятся к воспроизведению известных положений общей теории дробных уравнений, а отражают самостоятельные результаты, полученные при исследовании краевых задач в областях неканонической геометрии. В частности, выводы связаны с построением функций Грина, дробных потенциалов, интегральных представлений решений, установлением разрешимости соответствующих уравнений Вольтерра, а также с применением преобразования Станковича к правосторонним дробным операторам. Это</p>

			<p>позволяет рассматривать их как оригинальный вклад в развитие исследуемого направления.</p> <p>Диссертационная работа имеет преимущественно теоретико-математическую направленность, что определяет специфику полученных в ней результатов. В центре исследования находятся строгие аналитические построения: функции Грина, дробные потенциалы, интегральные представления решений, условия разрешимости интегральных уравнений Вольтерра, весовые функциональные пространства и интегральные преобразования с ядром Райта. Полученные результаты отличаются научной новизной и содержательной математической глубиной. Они создают основу для дальнейших теоретических исследований дробно-диффузионных и диффузионно-волновых уравнений, а также для последующего применения разработанных подходов в смежных задачах математической физики.</p>
		<p>5.3 Технические, технологические, экономические или управленческие решения являются новыми и обоснованными:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) <u>полностью новые</u>; 2) частично новые (новыми являются 25-75%); 3) не новые (новыми являются менее 25%). 	
6.	Обоснованность основных выводов	<p>Все основные выводы <u>основаны</u>/не основаны на весомых с научной точки зрения доказательствах либо достаточно хорошо обоснованы (для qualitative research (квалитатив ресеч) и направлений подготовки по искусству и гуманитарным наукам).</p>	<p>Основные выводы диссертационной работы имеют надёжное математическое обоснование и опираются на последовательно применённый автором аналитический инструментарий. В исследовании используются функции Миттаг-Леффлера и Райта, функции Грина, дробные потенциалы, асимптотические оценки, интегральные уравнения Вольтерра второго рода, весовые функциональные пространства, а также преобразование Станковича для правосторонних дробных операторов. Ключевые утверждения сопровождаются соответствующими доказательствами, что подтверждает достоверность полученных результатов и внутреннюю</p>

			логическую завершённость диссертационного исследования.
7.	Основные положения, выносимые на защиту	<p>Необходимо ответить на следующие вопросы по каждому положению в отдельности:</p> <p>7.1 Доказано ли положение?</p> <p>1) <u>доказано</u>;</p> <p>2) скорее доказано;</p> <p>3) скорее не доказано;</p> <p>4) не доказано;</p> <p>5) в текущей формулировке проверить доказанность положения невозможно.</p> <p>7.2 Является ли тривиальным?</p> <p>1) да;</p> <p>2) <u>нет</u>;</p> <p>3) в текущей формулировке проверить тривиальность положения невозможно.</p> <p>7.3 Является ли новым?</p> <p>1) <u>да</u>;</p> <p>2) нет;</p> <p>3) в текущей формулировке проверить новизну положения невозможно.</p> <p>7.4 Уровень для применения:</p> <p>1) узкий;</p> <p>2) средний;</p> <p>3) <u>широкий</u>;</p> <p>4) в текущей формулировке проверить уровень применения положения невозможно.</p> <p>7.5 Доказано ли в статье?</p> <p>1) <u>да</u>;</p> <p>2) нет;</p> <p>3) в текущей формулировке проверить доказанность положения в статье невозможно.</p>	<p>Результаты, представленные в диссертационной работе, сопровождаются строгими математическими доказательствами, что подтверждает их научную достоверность и обоснованность. Полученные выводы отличаются теоретической глубиной и не являются тривиальными следствиями известных положений. Основные результаты обладают признаками научной новизны и самостоятельности, что подтверждается как их аналитическим содержанием, так и проведённым автором обзором научной литературы.</p>
8.	Принцип достоверности.	8.1 Выбор методологии - обоснован или методология достаточно подробно описана:	Выбор методологии исследования является обоснованным и соответствует характеру

<p>Достоверность источников и предоставляемой информации</p>	<p>1) <u>да</u>; 2) нет.</p>	<p>поставленных задач. Используемые методы представлены во введении и далее последовательно применяются при доказательстве основных результатов диссертационной работы. Автор корректно сочетает методы дробного исчисления, элементы теории специальных функций, метод функций Грина, технику интегральных уравнений Вольтерра, аппарат функционального анализа и интегральные преобразования, включая преобразования Лапласа, синус-преобразование и преобразование Станковича. Такое методологическое сочетание позволяет адекватно исследовать краевые задачи для дробно-диффузионных и диффузионно-волновых уравнений в областях неканонической геометрии.</p>
	<p>8.2 Результаты диссертационной работы получены с использованием современных методов научных исследований и методик обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий: 1) <u>да</u>; 2) нет.</p>	<p>Полученные в диссертации результаты основаны на применении современных методов математического исследования. Для работ данного профиля определяющее значение имеет не вычислительный эксперимент, а корректность постановок, строгость аналитических построений и полнота доказательств. В этом отношении диссертационная работа соответствует современным требованиям, предъявляемым к теоретико-математическим исследованиям. Используемые в работе функции Грина, дробные потенциалы, уравнения Вольтерра, весовые пространства и интегральные преобразования образуют содержательную аналитическую основу исследования. Компьютерные технологии при этом могут рассматриваться лишь как вспомогательный инструмент, не подменяющий основного математического содержания работы.</p>

		<p>8.3 Теоретические выводы, модели, выявленные взаимосвязи и закономерности доказаны и подтверждены экспериментальным исследованием (для направлений подготовки по педагогическим наукам результаты доказаны на основе педагогического эксперимента):</p> <p>1) <u>да</u>;</p> <p>2) нет.</p>	<p>В рассматриваемой работе теоретические выводы, постановки задач и установленные взаимосвязи получили необходимое математическое обоснование. Корректность построенных решений подтверждается их подстановкой в исходные уравнения и граничные условия, исследованием сходимости соответствующих интегралов, обоснованием предельных переходов, а также согласованностью полученных результатов с известными частными и предельными случаями общей теории. Это позволяет оценить выводы диссертации как достаточно обоснованные и достоверные.</p>
		<p>8.4 Важные утверждения <u>подтверждены</u>/частично подтверждены/не подтверждены ссылками на актуальную и достоверную научную литературу.</p>	<p>Автор опирается как на классические, так и на современные исследования, посвящённые детальному анализу, теории специальных функций, методам функций Грина, краевым задачам, интегральным уравнениям и уравнениям в нецилиндрических областях. Особое значение для работы имеют источники, связанные с функциями Райта и Миттаг-Леффлера, дробно-диффузионными и диффузионно-волновыми уравнениями, а также с задачами в областях переменной геометрии. Это обеспечивает необходимую научную преемственность исследования и позволяет рассматривать полученные результаты в контексте сложившейся математической традиции.</p>
		<p>8.5 Используемые источники литературы <u>достаточно</u>/не достаточно для литературного обзора.</p>	<p>Представленный в диссертации обзор научной литературы может быть оценён как достаточный и соответствующий тематике исследования. В нём отражены основополагающие труды по детальному исчислению, исследования, посвящённые</p>

			<p>функциям Райта и Миттаг–Леффлера, публикации по дробно-диффузионным и диффузионно-волновым уравнениям, а также работы, связанные с изучением краевых задач в областях с переменной и неканонической геометрией. Обзор позволяет проследить развитие рассматриваемой проблематики и обосновать необходимость дальнейшего исследования дробных уравнений в вырождающихся, сужающихся и иных неканонических областях.</p>
9	Принцип практической ценности	<p>9.1 Диссертация имеет теоретическое значение: 1) <u>да</u>; 2) нет.</p>	<p>Диссертационная работа обладает существенной теоретической значимостью. Полученные в ней результаты способствуют дальнейшему развитию метода функций Грина применительно к дробным дифференциальным уравнениям и расширяют возможности аналитического исследования краевых задач в областях сложной и неканонической геометрии. Существенное значение имеют также результаты, связанные со сведением краевых задач к интегральным уравнениям Вольтерра второго рода, построением дробных потенциалов, использованием весового подхода для диффузионно-волновой задачи и исследованием преобразования Станковича с ядром Райта. В этом отношении работа представляет научный интерес для теории дробных уравнений и смежных разделов математического анализа.</p>
		<p>9.2 Диссертация имеет практическое значение и существует высокая вероятность применения полученных результатов на практике: 1) <u>да</u>; 2) нет.</p>	<p>Практическая значимость диссертационной работы имеет перспективный характер и определяется возможностью дальнейшего использования полученных результатов в смежных теоретических и прикладных исследованиях. Построенные функции Грина, интегральные представления</p>

			<p>решений, формулы для дробных потенциалов, асимптотические оценки и условия разрешимости могут быть применены при изучении прямых и обратных задач для уравнений дробного порядка. Кроме того, результаты работы представляют интерес для разработки приближённых методов анализа математических моделей, учитывающих эффекты памяти, наследственности, аномальной диффузии и подвижных границ.</p>
		<p>9.3 Предложения для практики являются новыми:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) <u>полностью новые</u>; 2) частично новые (новыми являются 25-75%); 3) не новые (новыми являются менее 25%). 	<p>Прикладные аспекты диссертационной работы непосредственно связаны с полученными в ней аналитическими результатами. Поскольку исследование имеет преимущественно теоретико-математический характер, его практическая значимость проявляется прежде всего в возможности дальнейшего использования построенных функций Грина, интегральных представлений решений, условий разрешимости, дробных потенциалов и функциональных подходов. Эти результаты могут быть востребованы при исследовании прямых и обратных задач, разработке приближённых методов для моделей с эффектом памяти, а также при анализе диффузионных и диффузионно-волновых процессов в средах со сложной геометрией.</p>
10.	Качество написания и оформления	<p>Качество академического письма:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) <u>высокое</u>; 2) среднее; 3) ниже среднего; 4) низкое. 	<p>Текст диссертационной работы выполнен на высоком научном уровне.</p>
11.	Замечания к диссертации	<p>Научные результаты, выводы и методы, представленные в диссертации, являются корректными, существенных замечаний к работе нет.</p>	

12.	<p>Научный уровень статей докторанта по теме исследования (в случае защиты диссертации в форме серии статей официальные рецензенты комментируют научный уровень каждой статьи докторанта по теме исследования)</p>	<p>Научный уровень публикаций докторанта по теме исследования является высоким. Опубликованные работы (4 статьи в журналах, входящих в базу данных Scopus) в полной мере отражают основные результаты диссертации, выполнены на актуальном научном уровне и содержат оригинальные авторские подходы к решению поставленных задач.</p>
13.	<p>Решение официального рецензента (согласно пункту 28 настоящего Типового положения)</p>	<p>Представленная диссертация Омарова Мади Тулегеновича на тему «Диффузионно-волновые уравнения в неканонических областях», подготовленная на соискание степени доктора философии (PhD) по образовательной программе «8D05401 – Математика», является завершённым научно-квалификационным трудом, содержащим теоретически обоснованные и практически значимые результаты. Научная новизна, актуальность, обоснованность выводов, а также уровень публикационной активности докторанта свидетельствуют о высоком качестве выполненного исследования.</p> <p>Представленная диссертационная работа соответствует всем требованиям, предъявляемым к диссертационным работам на соискание степени доктора философии (PhD) по образовательной программе «8D05401 – Математика», а ее автор заслуживает присуждения степени доктора философии (PhD) по образовательной программе «8D05401 – Математика».</p>

Рецензент:

д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой математического анализа Челябинского государственного университета

Федоров В.Е.

15.06.2026



Федорова В.Е.
Али Туржан

верующий специалист

