

АННОТАЦИЯ

Диссертации на соискание степени доктора философии PhD
по специальности «6D060400 - Физика»

«Исследование некоторых интегрируемых обобщённых нелинейных
уравнений Шредингера и их спиновых систем»

Жасыбаева Меруерт Бактыкеновна

Актуальность темы

Солитонные решения уравнений типа нелинейного уравнения Шредингера и их обобщений играют важную роль в описании устойчивых локализованных волновых структур, формирующихся в различных физических системах. Такие структуры возникают в результате баланса дисперсии и нелинейности и сохраняют свою форму при распространении и взаимодействии. Эти свойства делают солитоны одним из ключевых объектов исследования в нелинейной оптике, физике плазмы, магнитных средах, гидродинамике и квантовых конденсированных системах.

Необходимость исследования ультракоротких импульсов, высокоэнергетических волновых пакетов и многомодовых сред требует более точных математических моделей, выходящих за рамки классического нелинейного уравнения Шредингера. Одной из таких моделей является уравнение Фокаса–Ленэлса, представляющее собой интегрируемое уравнение типа нелинейного уравнения Шредингера и описывающее распространение ультракоротких оптических импульсов в сильно нелинейных и дисперсионных средах. По сравнению с классическим уравнением оно содержит дополнительные нелинейные и производные члены, описывающие самоукручивание, нелинейную дисперсию и фазовую модуляцию.

Реальные физические системы часто обладают сложной пространственной структурой и векторным характером волновых полей. В связи с этим особое значение приобретают многомерные и многокомпонентные обобщения уравнений типа Шредингера. Такие модели позволяют учитывать взаимодействие нескольких компонент и перераспределение энергии.

Важным направлением является также исследование обобщённых уравнений более высокого порядка, учитывающих производные и высокие порядки дисперсии, самоукручивание волновых пакетов и неоднородность среды. Эти эффекты играют ключевую роль при описании фемтосекундных импульсов и экстремальных волновых явлений (бризеров, «разрушающих» волн). Точные аналитические решения позволяют глубже понять физическую природу нелинейных режимов.

Связь уравнений типа Шредингера со спиновыми системами посредством калибровочных преобразований позволяет геометрически интерпретировать

солитоны и исследовать их устойчивость. Также важным является изучение бездисперсионных пределов, описывающих ударные волны и резкие фронты.

Таким образом, актуальность работы определяется необходимостью комплексного исследования обобщённых многомерных и многокомпонентных интегрируемых моделей. Полученные результаты способствуют более глубокому пониманию формирования и эволюции локализованных волн и их применению в оптике, плазме и квантовых системах.

Цель диссертационной работы

Теоретическое исследование обобщенных нелинейных уравнений типа Шрёдингера и их спиновых систем, определение их решений и изучение их физических характеристик. Для достижения этой цели были поставлены следующие конкретные задачи:

1. Нахождение решений обобщенных нелинейных уравнений типа Шрёдингера;
2. Нахождение решений спиновой системы уравнения ФЛ;
3. Построение $(2+1)$ -мерных и двухкомпонентных $(2+1)$ -мерных уравнений ФЛ и их спиновых систем, получение их решений.

Объект исследования: интегрируемые обобщённые уравнения типа нелинейного уравнения Шрёдингера и их спиновые системы.

Предмет исследования: солитонные решения уравнений типа нелинейного уравнения Шрёдингера и спиновой системы уравнения ФЛ.

Методы исследования: преобразование Дарбу, метод Хироты, билинеаризация, а также калибровочные преобразования для получения эквивалентной спиновой системы.

Научная новизна

1. Получены различные решения обобщённых уравнений типа нелинейного уравнения Шрёдингера и спиновой системы уравнения ФЛ.
2. Построены одно- и двухкомпонентные $(2+1)$ -мерные уравнения ФЛ и их спиновые системы, получены их одно- и двухсолитонные решения методом Дарбу.
3. Предложены солитонные поверхности, индуцированные уравнением ФЛ, его бездисперсионные пределы и солитонные решения соответствующих спиновых систем.

Теоретическая и практическая значимость

Работа направлена на исследование интегрируемой природы, солитонных решений и геометрических свойств обобщённых уравнений типа нелинейного уравнения Шрёдингера и их спиновых систем. Результаты позволяют объединить методы математической физики и дифференциальной геометрии и могут быть применены в нелинейной оптике, физике плазмы, магнитных системах и телекоммуникациях.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Для интегрируемых нелинейных уравнений типа Шрёдингера точно локализованные волновые решения получаются с помощью метода преобразование Дарбу. Коэффициенты дисперсии $a_1(t)$, $a_3(t)$ и нелинейности

$a_2(t)$, зависящие от времени, управляют локализацией, амплитудой, устойчивостью и траекторией волн, а спектральный параметр обеспечивает переход между различными типами локализованных волн.

2. Уравнение ФЛ и его спиновая система являются эквивалентными посредством калибровочного преобразования $\Phi = g^{-1}\Psi$ (где $g(x,t)$ рассматривается унитарная матрица размера 2×2 и $g = \Psi|_{z=\lambda_0}$), это позволяет описывать нелинейные волновые процессы с помощью спиновых систем и сохраняет их интегрируемую структуру.

3. На основе условий совместимости выводятся $(2+1)$ -мерные и двухкомпонентные $(2+1)$ -мерные уравнения ФЛ. Пары Лакса доказывают их интегрируемость. Полученные солитонные решения описывают локализацию, устойчивость и упругое взаимодействие нелинейных волн.

Достоверность и обоснованность результатов

Достоверность и обоснованность результатов исследования подтверждаются публикациями в международных рецензируемых журналах, индексируемых в базах данных Web of Science/Scopus, а также в сборниках материалов зарубежных конференций, а также ссылками на них со стороны зарубежных ученых.

Личный вклад автора

Автор принимал непосредственное участие на всех этапах диссертационного исследования. Им выполнены постановка задачи, разработка методов, проведение расчетов, анализ результатов, формулирование выводов и подготовка научных текстов. Во всех опубликованных работах вклад автора четко отражен и полностью соответствует содержанию диссертации.

Апробация работы и публикаций

Основные результаты работы были представлены и обсуждены на международных научных конференциях: Ломоносов – 2018: 14-я международная научная конференция студентов, магистрантов и молодых ученых (Астана, 2018); International Conference on Technology, Engineering and Science (Antalya, 2018. – October 26-29); Наука и образование – 2018: 13-я международная научная конференция студентов и молодых ученых (Астана, 2018); Международная конференция «Анализдің, дифференциалдық тендеулердің және алгебраның өзекті мәселелері», 16–19 октября 2019 г. (Астана, 2019); Наука и образование – 2019: 14-я международная научная конференция студентов и молодых ученых (Астана, 2019); 8th international conference on Mathematical Modeling in Physical Sciences (Bratislava, 2019. – 26-29 August); 4th international conference «Astrophysics, Gravity and Cosmology» (Astana 2019. – 29-30 October); The 26th international conference on Integrable Systems and Quantum symmetries (Prague, 2019. – 8-12 July).

Кроме того, основные результаты работы были доложены и обсуждены на научных семинарах кафедры «Общая и теоретическая физика» Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева.

Публикации по теме исследования

По результатам диссертационного исследования опубликовано 18 научных работ. Из них 4 статьи опубликованы в зарубежных журналах с высоким импакт-фактором и индексируются в базах данных Web of Science и Scopus. Кроме того, 2 статьи опубликованы в материалах конференций журналов, индексируемых в этих базах, 1 статья – в материалах зарубежных конференций, 5 статей – в изданиях, рекомендованных Министерством науки и высшего образования Республики Казахстан, и 1 статья – в других изданиях.

Основные работы:

1. **Zhassybayeva M.**, Shaikhova G., Yesmakhanova K., Myrzakulova Z. Darboux transformation and exact soliton solutions of the two-component (2+1)-dimensional Fokas-Lenells equation // Results in Physics. – 2025. – Vol. 79. – P 108517.

2. **Zhassybayeva M.**, Myrzakulova Z., Yesmakhanova K. Modified Fokas-Lenells equation: self-consistent sources and soliton solutions of the spin and (2+1)-dimensional models // Symmetry. – 2025. – Vol. 17, Issue 7. – P. 1961.

3. Nugmanova G., Bekova G., **Zhassybayeva M.**, Taishiyeva A., Yesmakhanova K., Myrzakulova Z. Ferromagnet-type system: Integrable flows of curves/surfaces, soliton solutions, and equivalence // Symmetry. – 2025. – Vol. 17, Issue 7. – P. 1041.

4. Taibi Z., Chaachoua Sameut H., **Zhassybayeva M.**, Sakthivinayagam P., Serikbayev N. Exploration of time-dependent dispersion and nonlinearity management in stabilization and transition of localized structures in nonlinear optical media // Symmetry. – 2025. – Vol. 17, Issue 12. – P. 2165.

5. **Zhassybayeva M.**, Yesmakhanova K. Soliton surfaces induced by the Fokas-Lenells equation // Journal of Physics: Conference Series. – 2019. – Vol. 1416, Issue 1. – P. 012042.

6. **Zhassybayeva M.**, Yesmakhanova K. Dispersionless limit of the (1+1)-dimensional Fokas-Lenells equation // Journal of Physics: Conference Series. – 2019. – Vol. 1391, Issue 1. – P. 012103.

7. **Zhassybayeva M.**, Yesmakhanova K. The Construction of the (2+1)-Dimensional Integrable Fokas-Lenells Equation and its Bilinear form by Hirota Method // International Conference on Technology, Engineering and Science. – 2018. – Vol. 4. – P. 61-66.

8. **Zhassybayeva M.**, Yesmakhanova K. Soliton solutions for the (2+1)-dimensional integrable Fokas-Lenells equation. News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. – 2019. – Vol. 6, Issue 328. – P. 130-137.

9. **Жасыбаева М.Б.**, Нугманова Г.Н. Спиновая система, эквивалентная интегрируемому уравнению Фокаса-Ленэллса. Вестник ЕНУ имени Л.Н. Гумилева. - Астана, 2018. - №1(122). - С. 53-57.

10. **Жасыбаева М.Б.**, Есмаханова К.Р. Преобразование Дарбу и точное односолитонное решение уравнения Фокаса-Ленэллса. Вестник ЕНУ имени Л.Н. Гумилева. - Нур-Султан, 2020. - №3(132). - С. 8-13.

11. **Мырзакулов Е.М.**, Жасыбаева М.Б., Каирбаева М.А. Двухслойная спиновая система, связанная с двухкомпонентным уравнением Фокаса-

Ленэллса. Вестник Кокшетауского университета имени Ш. Уалиханова. - Кокшетау, 2022. - №1. - С. 4-14.

12. **Жасыбаева М.Б.**, Мырзакулова Ж.Р. Преобразование Дарбу и солитонное решение производного нелинейного уравнения Шредингера первого типа. Вестник Торайгыров университета. - Павлодар, 2025. - №3.

13. **Жасыбаева М.Б.** Односолитонное решение уравнение М-LXXII. Материалы XIII Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2018». - Астана, 2018. - С. 396-399.

14. **Жасыбаева М.Б.** Бездисперсионный предел $(2+1)$ -мерного интегрируемого уравнения Фокаса-Ленэллса. Материалы XIV Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2019». - Астана, 2019. - С. 260-262.

15. Айжан А., **Жасыбаева М.Б.**, Есмаханова К.Р. Представление Лакса бездисперсионного $(2+1)$ -мерного уравнения Фокаса-Ленэллса. «Анализдің, дифференциалдық тендеулердің және алгебраның өзекті мәселелері» (ЕМЖ-2019) атты халықаралық конференция материалдары. – Астана, 2019.

16. **Жасыбаева М.Б.**, Абеуова М. Бездисперсионный предел интегрируемого уравнения М-LXXII. Материалы XX Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2025». – Астана, 2025. - С. 224-226.

17. **Жасыбаева М.Б.** Об одном интегрируемом уравнении Фокаса-Ленэллса с самосогласованным источником. Материалы XIV Международной научной конференции студентов, магистрантов и молодых ученых «Ломоносов – 2018». - Астана, 2018. - С. 19-21.

18. **Жасыбаева М.Б.**, Мырзакулова Ж.Р., Абеуова М. Преобразование Дарбу для двухслойного уравнения М-LXXII. Academic journal of physical and chemical sciences. – Алматы, 2025. №4. - С.24-37.

Связь работы с научно-исследовательскими программами: Работа выполнена в соответствии с планами научно-исследовательских работ в рамках грантового финансирования по следующим проектам: «Исследование некоторых задач астрофизики и космологии в рамках эйнштейновской и неэйнштейновской теории гравитации» (2018-2020 гг., №0118РК00935, договор №03-02-12/1942 от 24.04.2018 г., руководитель – Р. Мырзакулов); «Исследование динамики солитонов уравнений типа Фокаса-Ленэллса» (2025-2027 гг., грант №АР25794905, руководитель – М.Б. Жасыбаева).

Структура и объём диссертационной работы.

Структура диссертационной работы определяется поставленными целями и состоит из введения, трёх разделов и заключения. Работа изложена на 108 страницах машинописного текста, содержит 26 рисунков и список использованных источников из 137 наименований.